

ZAVOD ZA TEHNIČKU MEHANIKU

# POTRESNA OTPORNOST KUPOLE ĐAKOVAČKE KATEDRALE

**Autori:**

**Mirjana BOŠNJAK-KLEČINA**

**Silva LOZANČIĆ**

**Aleksandar JURIĆ**

**OBNOVA GRADA ZAGREBA NAKON POTRESA  
Zagrebu od Osijeka**

**Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek  
[www.gfos.unios.hr](http://www.gfos.unios.hr)**

# ĐAKOVAČKA KATEDRALA



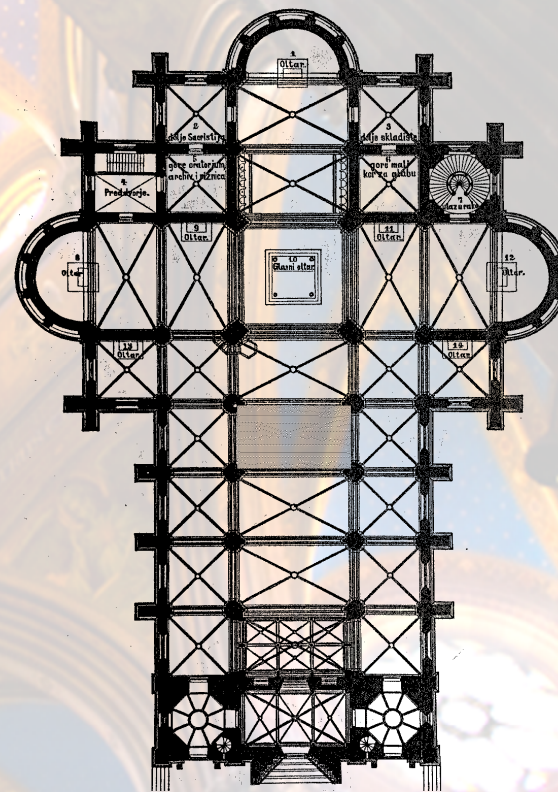
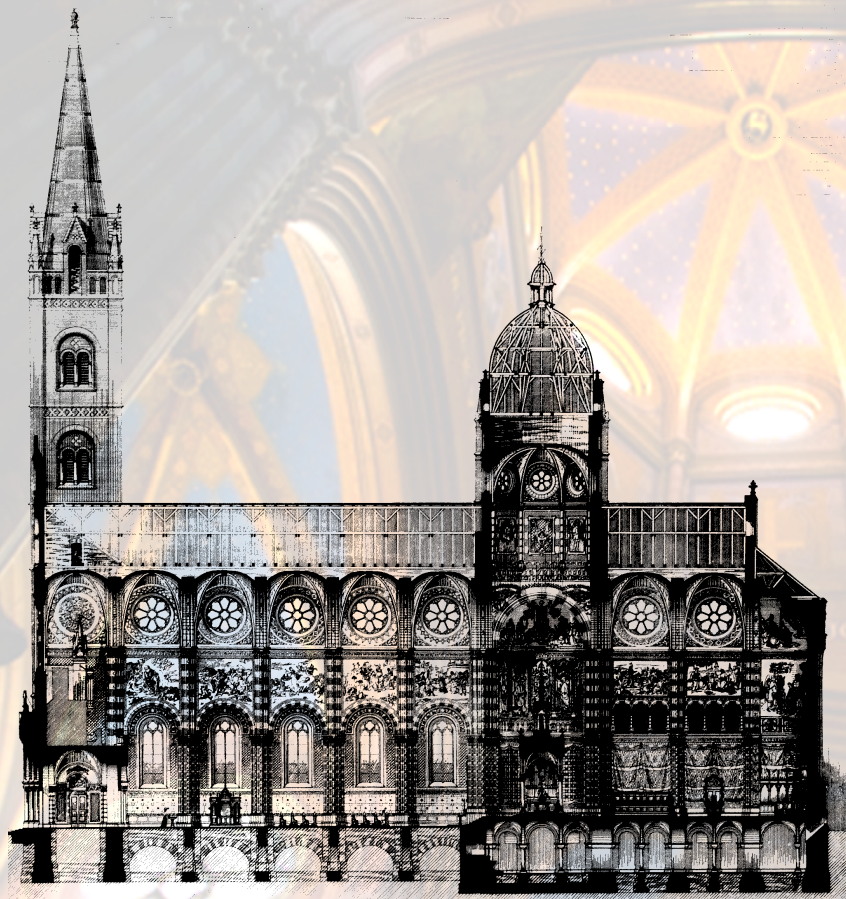
- romanički i gotički stil
- građena 1866.-1882.
- graditelji: Karlo Roesner, Fridrich Schmidt
- Strossmayerova katedrala

**OBNOVA GRADA ZAGREBA NAKON POTRESA**  
Zagreb od Osijeka

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek  
[www.gfos.unios.hr](http://www.gfos.unios.hr)



# ĐAKOVAČKA KATEDRALA



dužina = 74 m

najširi dio = 51,5 m

tornjevi = 84 m

**OBNOVA GRADA ZAGREBA NAKON POTRESA**  
Zagrebu od Osijeka

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek  
[www.gfos.unios.hr](http://www.gfos.unios.hr)



# ZIDANA KUPOLA ĐAKOVAČKE KATEDRALE



promjer = 11,00 m

debljina = 0,15 m

**OBNOVA GRADA ZAGREBA NAKON POTRESA  
Zagreb od Osijeka**

**Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek  
[www.gfos.unios.hr](http://www.gfos.unios.hr)**

# ZIDANA KUPOLA ĐAKOVAČKE KATEDRALE

Način proračuna:

- Prema izrazima iz teorije elastičnosti
- Metoda konačnih elemenata

Opterećenje:

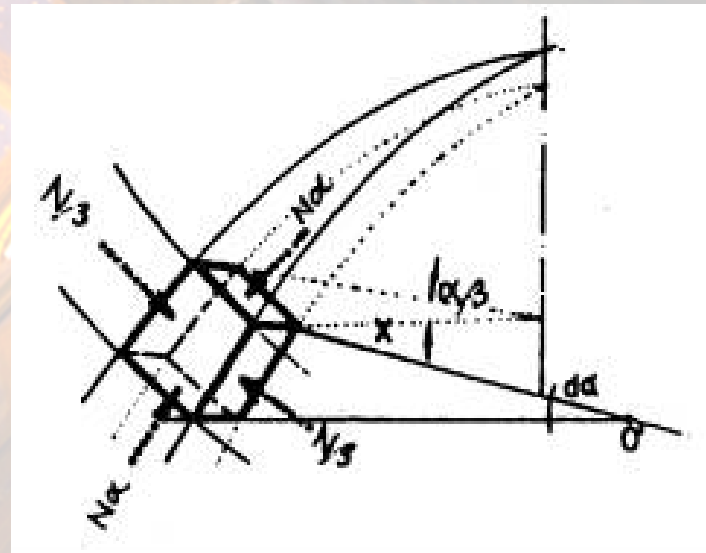
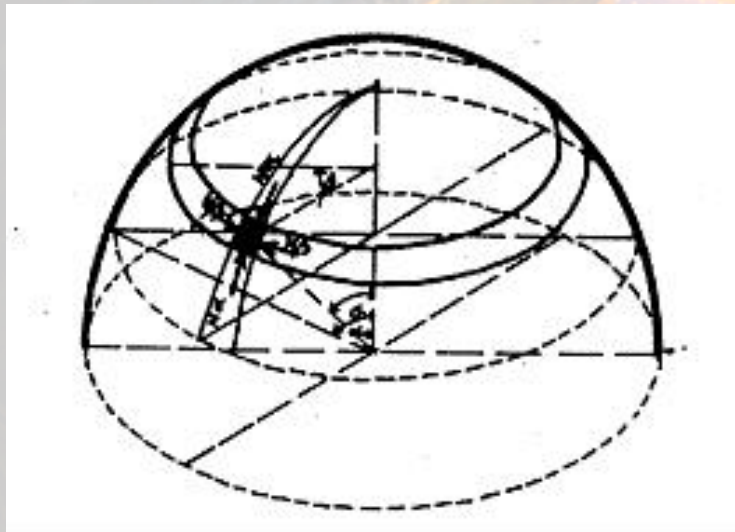
- Stalno opterećenje
- Stalno opterećenje + potresno opterećenje



# ZIDANA KUPOLA ĐAKOVAČKE KATEDRALE

- analiziran je utjecaj od:
  - vlastite težine i
  - vlastita težina + potresno opterećenje,
- rezultati su prikazani kroz dobivena naprezanja,
- utvrđeni su kritični presjeci i veličine naprezanja su uspoređene s poznatim čvrstoćama za ovakve konstrukcije,
- utvrđena je rezerva sigurnosti kupole za tlačno i vlačno naprezanje za odabrana proračunska opterećenja.

# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI



promjer = 11,00 m

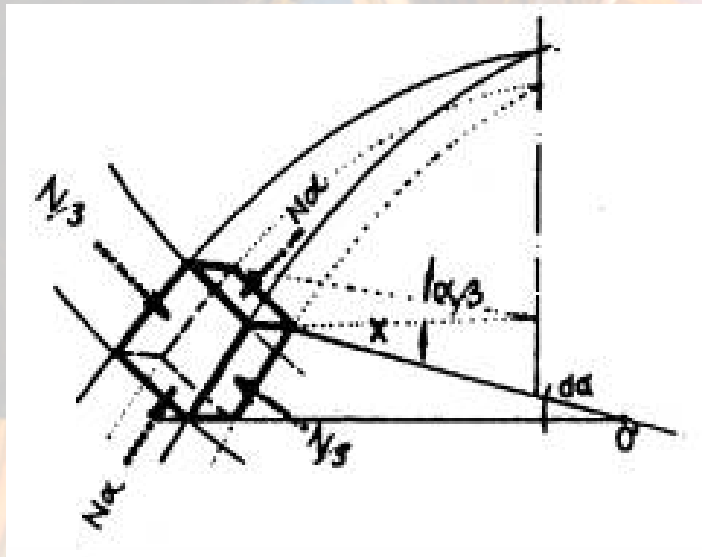
debljina = 0,15 m

specifična težina = 17 kN/m<sup>3</sup>/opeka/



# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno opterećenje



*Vlastita težina:  $g = d\gamma$*

*Meridijalne sile:*

$$N_\alpha = -(rg / (1 + \cos\alpha))$$

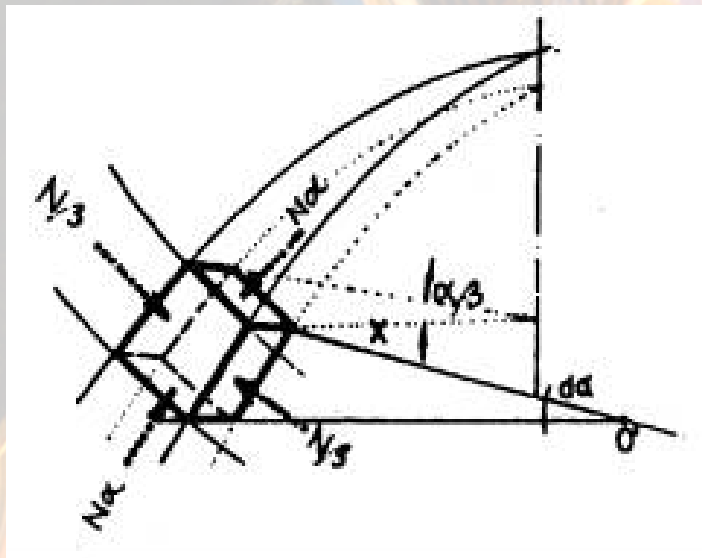
*Ekvatorijalne sile:*

$$N_\beta = (rg / (1 + \cos\alpha)) (1 - \cos\alpha - \cos^2\alpha)$$



# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno opterećenje - meridijalna naprezanja



Vrijednosti naprezanja:

tjeme  $\sigma_{\alpha\min} = -0,047 \text{ MPa}$

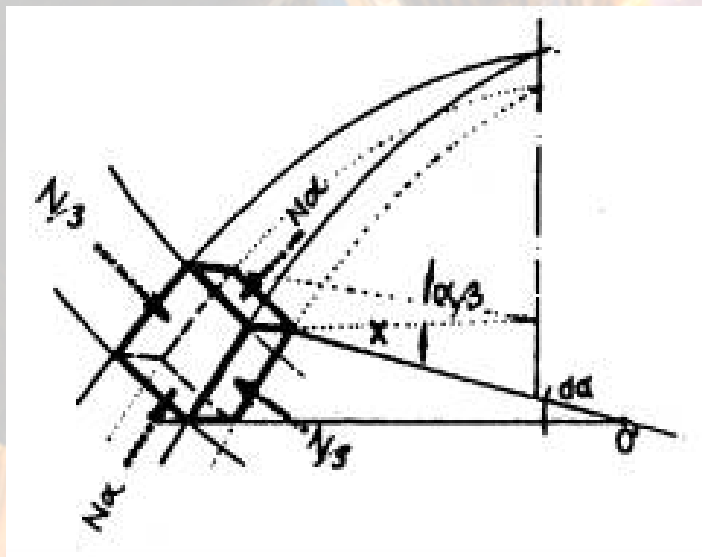
oslonac  $\sigma_{\alpha\max} = -0,094 \text{ MPa}$

(-) tlačno naprezanje

(+) vlačno naprezanje

# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno opterećenje - evatorijalna naprezanja



Vrijednosti naprezanja:

tjeme  $\sigma_{\beta\min} = -0,047 \text{ MPa}$

oslonac  $\sigma_{\beta\max} = +0,094 \text{ MPa}$

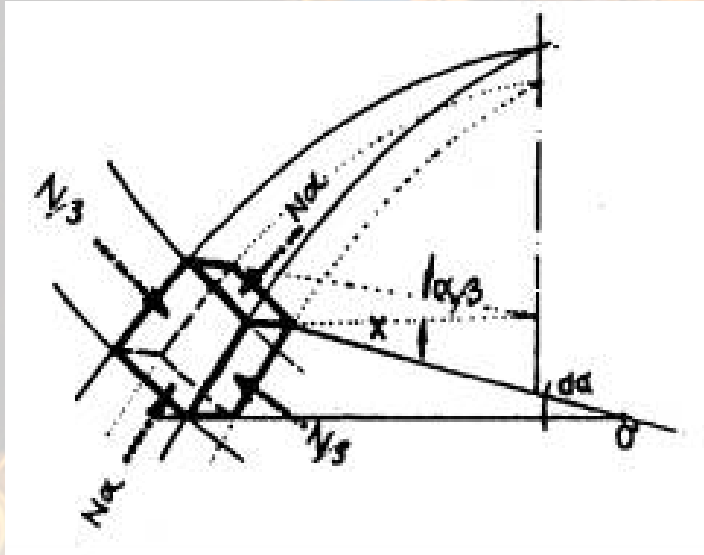
(-) tlačno naprezanje

(+) vlačno naprezanje



# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno + potresno opterećenje



*Stalno opterećenje:  $g=d\gamma$*

*Meridijalne sile:*

$$N_\alpha = -(rg/(1+\cos\alpha)) \pm crg(\operatorname{tg}^2(\alpha/2))/\sin\alpha$$

*Ekvatorijalne sile:*

$$N_\beta = (rg/(1+\cos\alpha))(1-\cos\alpha-\cos^2\alpha) \pm \pm cgr(\sin\alpha + (\operatorname{tg}^2(\beta/2))/\sin\alpha)$$

# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno + potresno opterećenje

*Stalno opterećenje:*  $g=d\gamma$

*Meridijalne sile:*  $N_{\alpha} = -(rg/(1+\cos\alpha)) \pm crg(\operatorname{tg}^2(\alpha/2))/\sin\alpha$

*Ekvatorijalne sile:*  $N_{\beta} = (rg/(1+\cos\alpha))(1-\cos\alpha-\cos^2\alpha) \pm$   
 $\pm cgr(\sin\alpha + (\operatorname{tg}^2(\beta/2))/\sin\alpha)$

$c_i = \frac{a_i}{9,81}$  – odnos ubrzanja  $i$ -te točke mase na kupoli u horizontalnom pravcu u odnosu na ubrzanje od gravitacije / u svim točkama kupole je iste vrijednosti /  $c_i = c$

Najveće vrijednosti naprezanja dobivene su za  $c=0,5$  što odgovara vrijednosti elastičnog spektra  $a\beta_0 = 0,2 \cdot 2,50 = 0,50$ ,

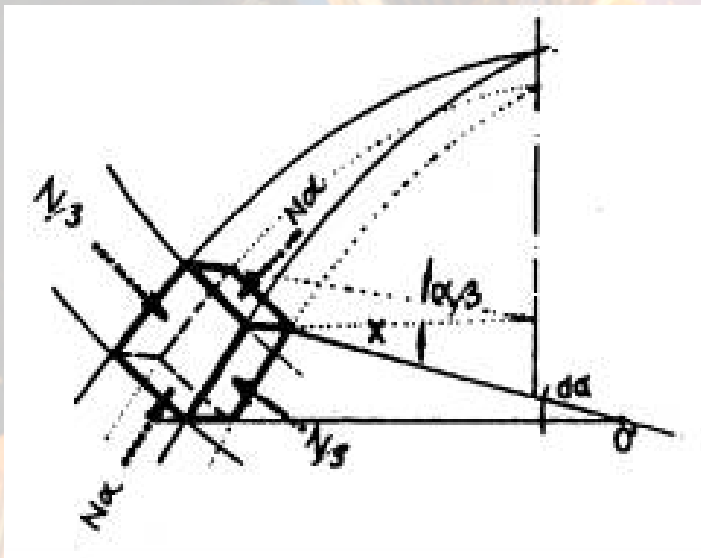
$/a$  - horizontalno ubrzanje,

$\beta_0$  - dinamički koeficijent (faktor povećanja spektralnog ubrzanja)/



# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno + potresno opterećenje – meridijalna naprezanja



Kritični presjek

$\alpha=45^\circ$ ;  $\beta=0^\circ$  :

$\sigma_{\alpha\min} = -0,140$  MPa

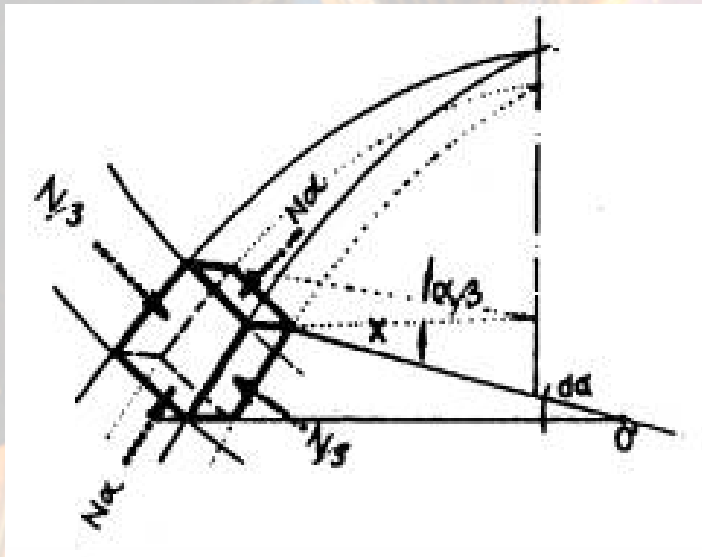
$\sigma_{\alpha\max} = -0,094$  MPa

(-) tlačno naprezanje

(+) vlačno naprezanje

# ANALIZA NAPREZANJA – TEORIJA ELASTIČNOSTI

## Stalno + potresno opterećenje – ekvatorijalna naprezanja



(-) tlačno naprezanje  
(+) vlačno naprezanje

Kritični presjeci

$\alpha=60^\circ; \beta=0^\circ$  :

$$\sigma_{\beta\min} = -0,043 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\beta\max} = +0,074 \text{ MPa}$$

$\alpha=75^\circ; \beta=0^\circ$  :

$$\sigma_{\beta\min} = -0,024 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\beta\max} = +0,124 \text{ MPa}$$

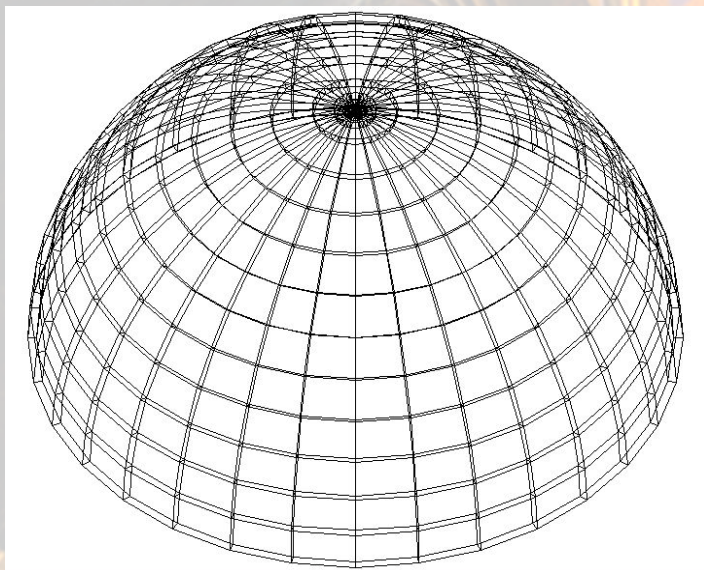
$\alpha=90^\circ; \beta=0^\circ$  :

$$\sigma_{\beta\min} = +0,037 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\beta\max} = +0,187 \text{ MPa}$$



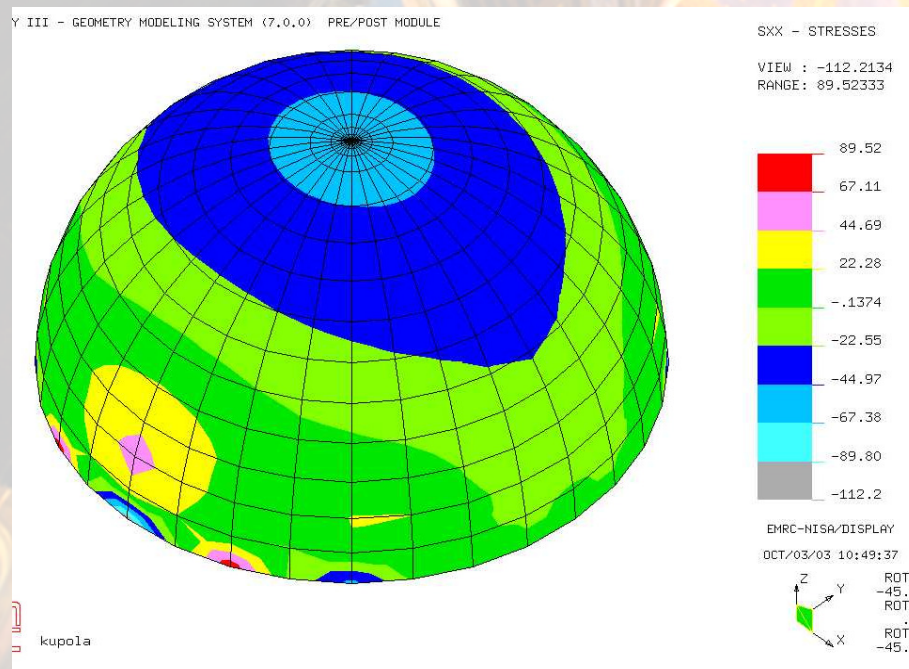
# ANALIZA NAPREZANJA – MKE/NISA



- MKE model zidane kupole
- modelirano SHELL elementima
- promjer = 11,00 m
- debljina = 0,15 m
- specifična težina = 17 kN/m<sup>3</sup>/opeka/

# ANALIZA NAPREZANJA – MKE/NISA

**Stalno opterećenje – meridijalna naprezanja, smjer x**



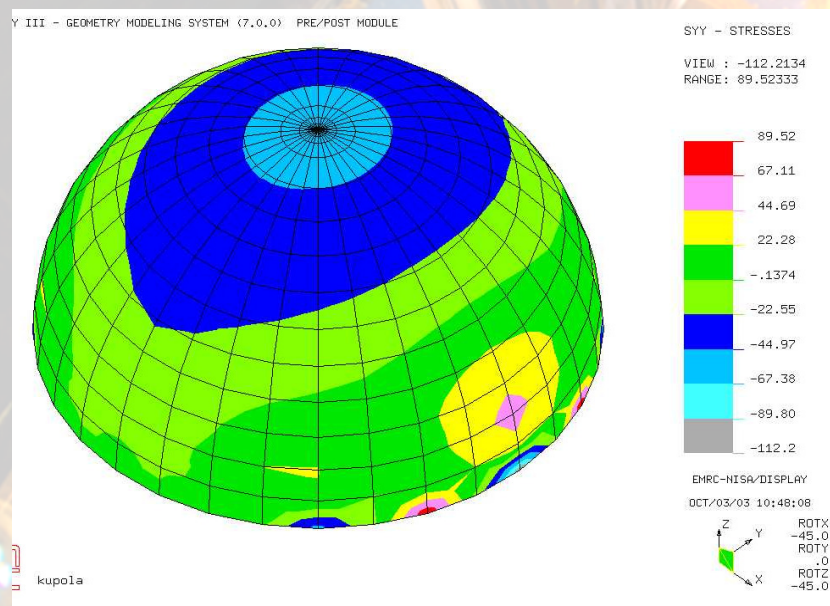
Vrijednosti naprezanja:  
tjeme  $\sigma_{\alpha\min} = -0,045\text{MPa}$   
oslonac  $\sigma_{\alpha\max} = +0,022\text{MPa}$

**(-) tlačno naprezanje; (+) vlačno naprezanje**



# ANALIZA NAPREZANJA – MKE/NISA

## Stalno opterećenje – ekvatorijalna naprezanja, smjer y

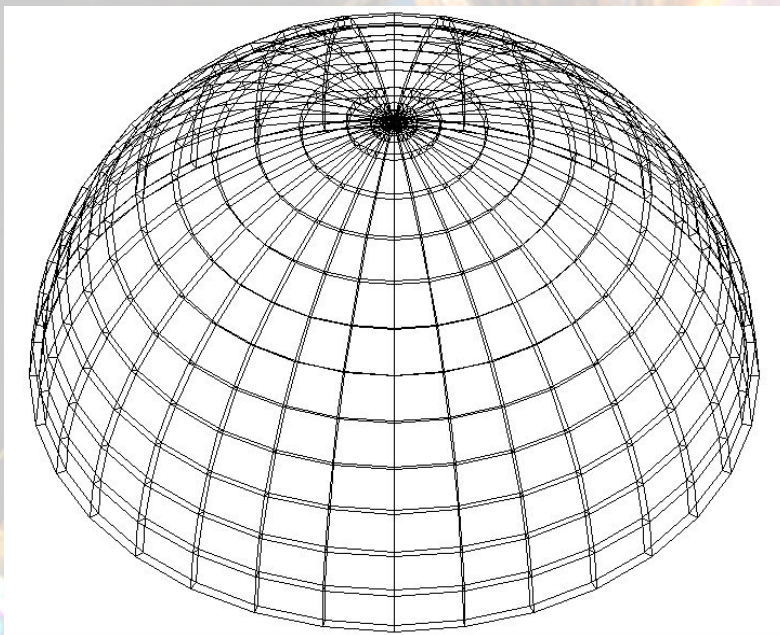


Vrijednosti naprezanja:  
tjeme  $\sigma_{\beta\min} = -0,045\text{MPa}$   
oslonac  $\sigma_{\beta\max} = +0,090\text{MPa}$

(-) tlačno naprezanje; (+) vlačno naprezanje

# ANALIZA NAPREZANJA – MKE/NISA

## Stalno + potresno opterećenje



**$a$  – horizontalno ubrzanje prema  
elastičnom spektru  $a=2 \text{ m/s}^2$**

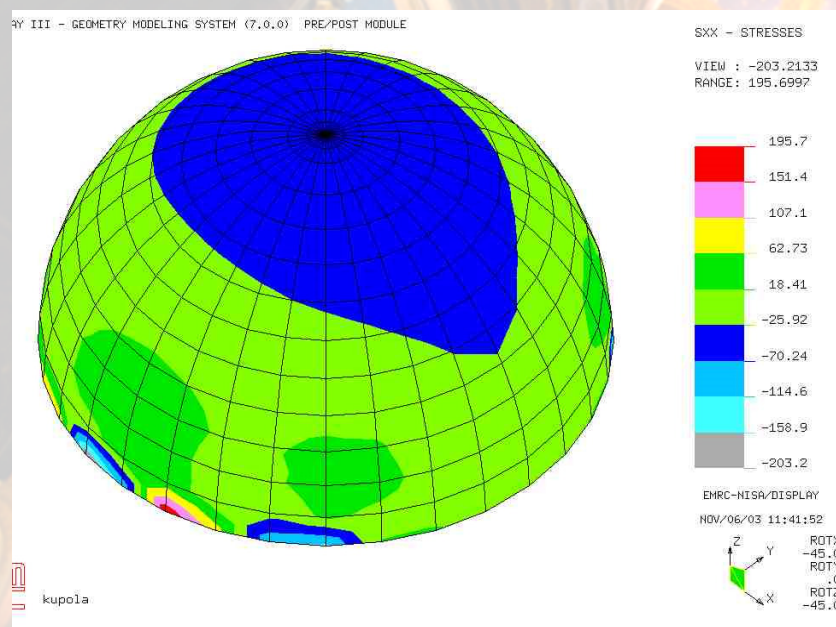
**$\beta_o$ - dinamički koeficijent/faktor  
povećanja spektralnog ubrzanja,  $\beta_o=2,5$**

**/položaj građevine – očekivani potres  
intenziteta VIII stupnja ljestvice  
MCS-64/**



# ANALIZA NAPREZANJA – MKE/NISA

**Stalno + potresno opterećenje – meridijalna naprezanja,  
smjer x**



Kritični presjek

$\alpha=45^\circ$ ;  $\beta=0^\circ$  :

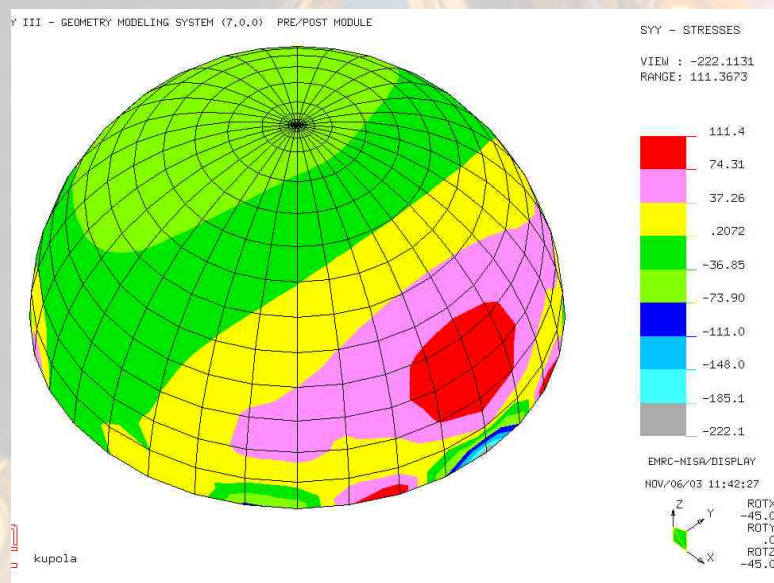
$\sigma_{\alpha\min} = - 0,070 \text{ MPa}$

$\sigma_{\alpha\max} = - 0,026 \text{ MPa}$

**(-) tlačno naprezanje; (+) vlačno naprezanje**

# ANALIZA NAPREZANJA – MKE/NISA

**Stalno + potresno opterećenje - ekvatorijalna naprezanja,  
smjer y**



(-) tlačno naprezanje; (+) vlačno naprezanje

**Kritični presjeci**

**$\alpha=60^\circ$ ;  $\beta=0^\circ$  :**

$$\sigma_{\beta\min} = -0,074 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\beta\max} = +0,074 \text{ MPa}$$

**$\alpha=75^\circ$ ;  $\beta=0^\circ$  :**

$$\sigma_{\beta\min} = -0,037 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\beta\max} = +0,111 \text{ MPa}$$

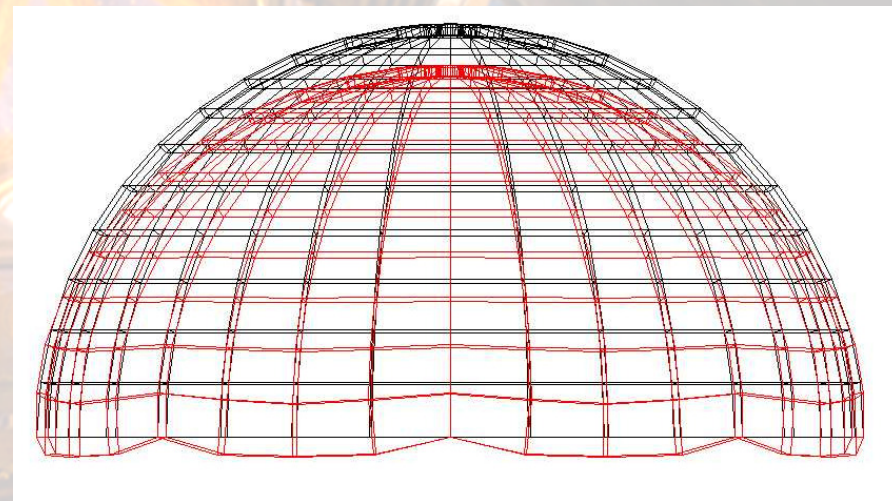
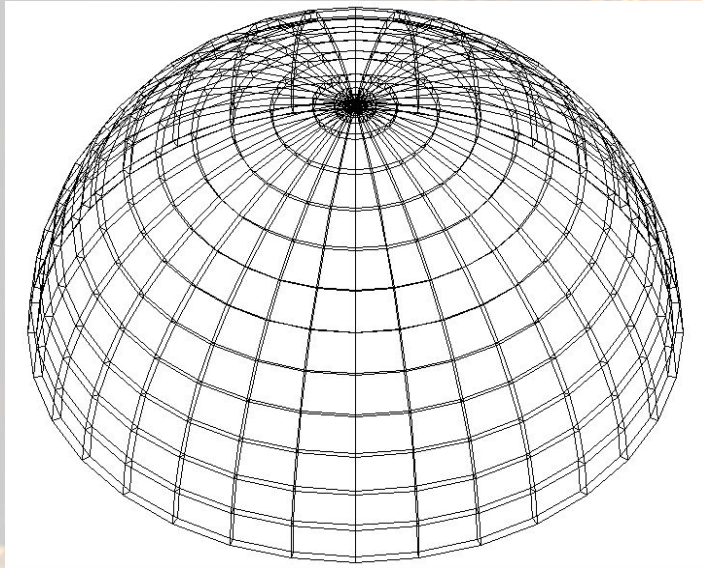
**$\alpha=90^\circ$ ;  $\beta=0^\circ$  :**

$$\sigma_{\beta\min} = +0,037 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\beta\max} = +0,074 \text{ MPa}$$



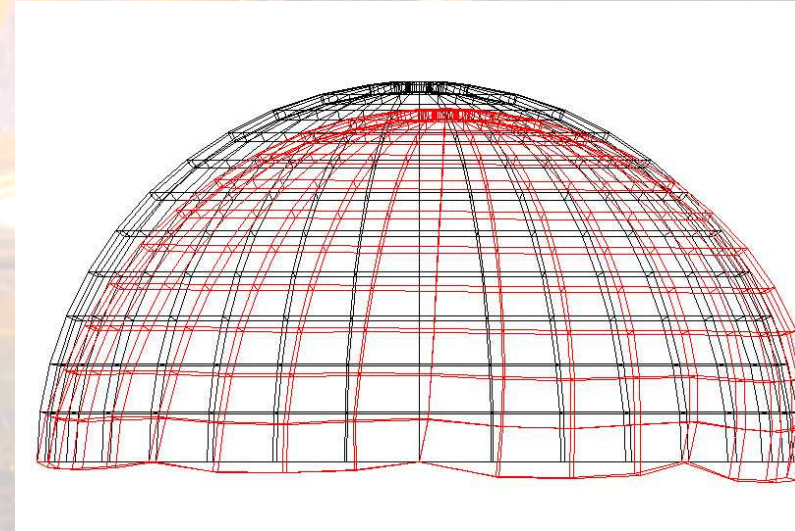
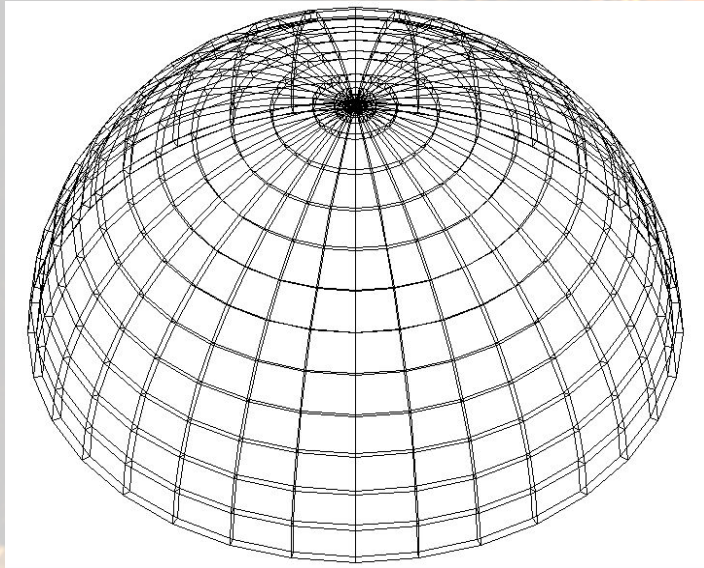
# POMACI /STALNO OPTEREĆENJE/



MAKSIMALNI POMAK  $4,0 \cdot 10^{-4}$  m /smjer osi z/

U odnosu na raspon kupole / $L=11,0\text{m}$ / to je  $L/27500$   
/zanemarivo u odnosu na raspon konstrukcije i njenu krutost/

# POMACI /STALNO OPTER + POTRES/



MAKSIMALNI POMAK  $5,64 \cdot 10^{-4}$  m /smjer osi x/

U odnosu na raspon kupole / $L=11,0\text{m}$ / to je  **$L/20000$**   
/zanemarivo u odnosu na raspon konstrukcije i njenu krutost/



# ZAKLJUČAK

**Dobivene vrijednosti naprezanja :**

- **stalno opterećenje**
  - meridijalna naprezanja – tlačna
  - ekvatorijalna naprezanja – od tjemena do  $\alpha=60^\circ$  – tlačna
    - od  $\alpha=60^\circ$  prelaze u vlačna
- **stalno + potresno opterećenje**
  - meridijalna naprezanja – tlačna
  - ekvatorijalna naprezanja – od tjemena do  $\alpha=60^\circ$  – tlačna
    - od  $\alpha=60^\circ$  prelaze u vlačna

**VIDLJIVO JE DA SE ZA OBA NAČINA PRORAČUNA DOBIVAJU ISTI SMJEROVI NAPREZANJA.  
RAZLIKE U DOBIVENIM REZULTATIMA POSLJEDICA SU RAZLIČITIH PRISTUPA.**

# ZAKLJUČAK

**Dobivene vrijednosti naprezanja usporedit ćemo sa poznatim čvrstoćama za ovakve konstrukcije:**

tlačno naprezanje  $\sigma_{TL} = 4,00 \text{ MPa}$

vlačno naprezanje  $\sigma_{VL} = 0,40 \text{ MPa}$

**Rezerva sigurnosti u tom slučaju:**

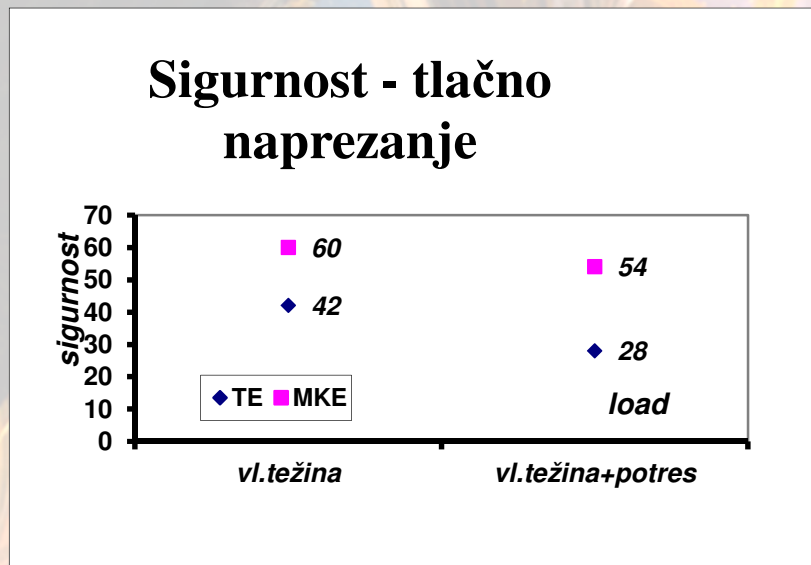
tlačno naprezanje  $-\sigma_{TL}/\sigma$

vlačno naprezanje  $-\sigma_{VL}/\sigma$



# ZAKLJUČAK

## Rezerva sigurnosti za tlačno naprezanje



## TEORIJA ELASTIČNOSTI:

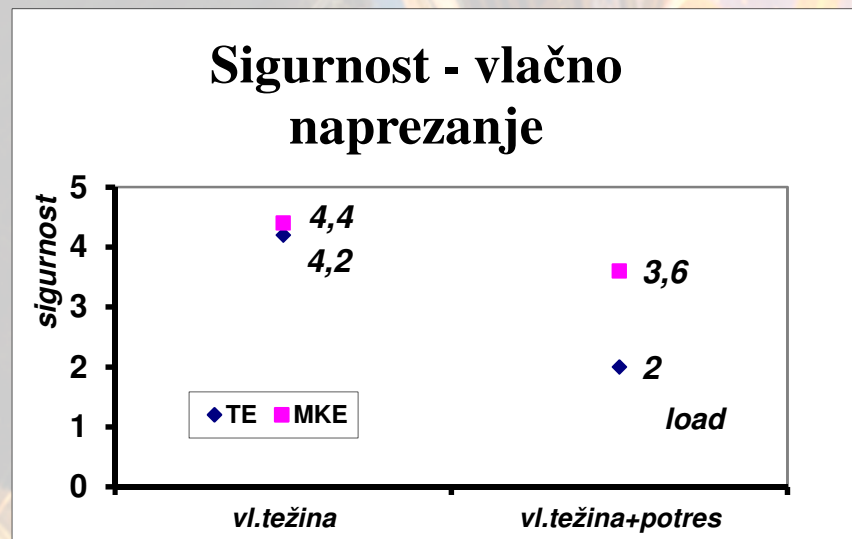
**28** (STALNO+POTRES) do **42** (STALNO)

## MKE :

**54** (STALNO+POTRES) to **60** (STALNO)

# ZAKLJUČAK

## Rezerva sigurnosti za vlačno naprezanje



## TEORIJA ELASTIČNOSTI:

**2** (STALNO+POTRES) do **4,2** (STALNO)

## MKE :

**3,6** (STALNO+POTRES) do **4,4** (STALNO)



# ZAKLJUČAK

**Zidana kupola Đakovačke katedrale je  
sigurna na očekivano potresno opterećenje**



**ZAHVALJUJEM NA POZORNOSTI!**

**OBNOVA GRADA ZAGREBA NAKON POTRESA  
Zagrebu od Osijeka**

**Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek  
[www.gfos.unios.hr](http://www.gfos.unios.hr)**